四庫全書

子部

欽定四庫全書

子部

測圓海鏡卷一至三

詳校官欽天監博士臣張天樞

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官知縣臣繆琪

校對官靈臺郎臣陳際新

謄録監生臣施華

子部六

測圓海鏡

天文算法類二算書之屬

提要

臣等謹案測圓海鏡十二卷元李冶撰冶字鏡齋欒城人金末登進士入元官翰林學士事蹟具元史本傳其書以勾股容圓為題自圓心圓外縱横取之得大小十五形皆無奇零次列識别雜記數百條以窮其理次設問

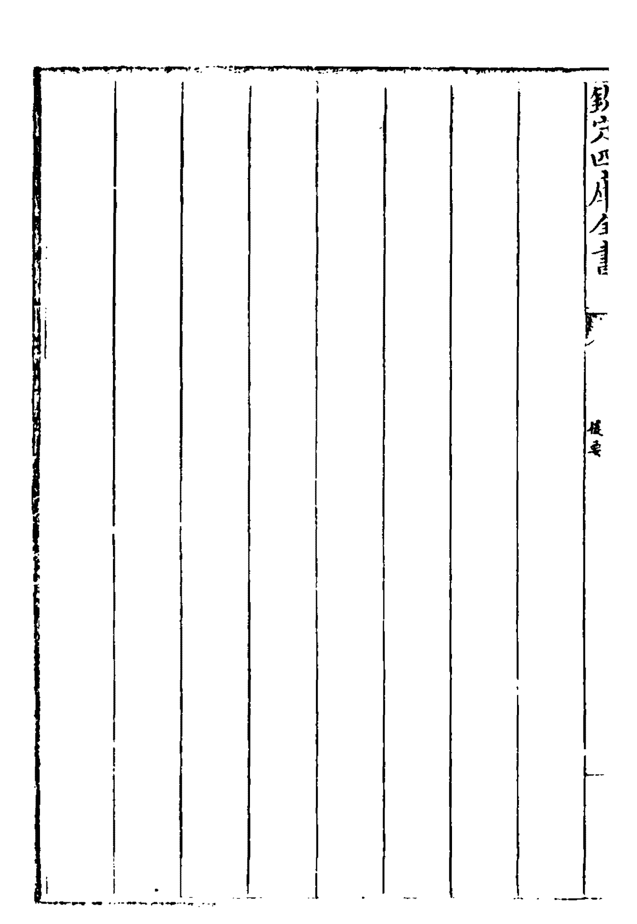
一百七十則以盡其用探賾索隱參伍錯綜雖習其法者不能驟解而其草多言立天元一按立天元一法見於宋秦九韶九章大衍術中厥後授時草及四元玉鑑等書皆屢見之而此書言之獨詳其法關乎數學者甚大然自元以來疇人皆株守立成習而不察至遂無知其法者故唐順之與顧應祥書稱立天元一漫不省為何語顧應祥演是書為分

類釋術其自序亦云立天元一無下手之術則是書雖存而其傳已泯矣明萬厯中利瑪竇與徐光啟李之藻等譯爲同文算指諸書於古九章皆有辨訂獨於立天元一法闕而不言徐光啟於句股義序中引此書又謂欲說其義而未遑是此書已爲利瑪竇所見而猶未得其解也迨我

國朝醲化翔洽梯航鱗萃歐邏巴人始以借根

方法進
呈
聖祖仁皇帝授
蒙養齋諸臣習之梅瑴成乃悟即古立天元一法於赤水遺珍中詳解之且載西名阿爾熱巴拉（案原本作阿爾熱巴達謹據西洋借根法改正）即華言東來法知即冶之遺書流入西域又轉而還入中原也今用以勘驗西法一一脗合瑴成所說信

而有徵特録存之以為算法之秘鑰且以見
中法西法互發益明無容設畛域之見焉乾
隆四十六年二月恭校上
總纂官臣紀昀臣陸錫熊臣孫士毅
總校官臣陸費墀



原序

數本難窮吾欲以力強窮之彼其數不惟不能得其凡而吾之力且憊矣然則數果不可以窮耶既已名之數矣則又何為而不可窮也故謂數為難窮斯可謂數為不可窮斯不可何則彼其冥冥之中固有昭昭者存夫昭昭者其自然之數也非自然之數其自然之理也數一出於自然吾欲以力強窮之使隸首復生亦末如之何也已茍能推自然之理以明自然之數則雖遠而乾

端坤倪幽而神情鬼狀未有不合者矣予自幼喜算數恒病夫考圓之術例出於牽强殊乖于自然如古率徽率密率之不同截弧截矢截背之互見内外諸角析剖支條莫不各自名家與世作法及反覆研究卒無以當吾心焉老大以來得洞淵九容之說日夕玩繹而向之病我者使爆然落去而無遺餘山中多暇客有從余求其說者於是乎又為衍之遂累一百七十問既成編客復目之測圓海鏡蓋取夫天臨海鏡之義也昔半山老

人集唐百家詩選自謂廢日力于此良可惜明道先生以上蔡謝君記誦為玩物喪志夫文史尚矣猶之為不足貴況九九賤技能乎嗜好酸鹹平生每痛自戒勅竟莫能已類有物憑之者吾亦不知其然而然也故嘗私為之解曰由技兼于事者言之夷之禮夔之樂亦不免為一技由技進乎道者言之石之斤扁之輪非聖人之所與乎覽吾之編察吾苦心其憫我者當百數其笑我者當千數乃若吾之所自得則自得焉耳寧復為人憫

笑計哉李治序

測圓海鏡卷一

元 李治 撰

圓城圖式

總率名號

天之地為通弦　天之乾為通股

乾之地為通勾

天之川為邊弦　天之西為邊股

西之川為邊勾

日之地為底弦　日之北為底股

北之地為底勾

天之山為黄廣弦　天之金為股

金之山為勾

月之地為黃長弦　月之泉為股

泉之地為勾

天之日為上高弦　天之旦為股

旦之日為勾

日之山為下高弦　日之朱為股

朱之山為勾

月之川為上平弦　月之青為股

青之川為勾

川之地為下平弦　川之夕為股

夕之地為勾

天之月為大差弦　天之坤為股

坤之月為勾

山之地為小差弦　山之艮為股

艮之地為勾

日之川為皇極弦　日之心為股

心之川為勾

月之山為太虛弦　月之水為股

水之山為勾

日之月為明弦　日之南為股

南之月為勾

山之川為東弦　山之東為股

東之川為勾

今問正數

通弦六百八十　勾三百二十　股六百

勾股和九百二十較二百八十

勾弦和一千較三百六十

股弦和一千二百八十較八十

弦較和九百六十較四百

弦和和一千六百較二百四十

邊弦五百四十四　勾二百五十六　股四百八十

勾股和七百三十六較二百二十四

勾弦和八百較二百八十八

股弦和一千零二十四較六十四

弦較和七百六十八較三百二十

弦和和一千二百八十較一百九十二

底弦四百二十五　勾二百　股三百七十五

勾股和五百七十五較一百七十五

勾弦和六百二十五較二百二十五

股弦和八百較五十

弦較和六百較二百五十

弦和和一千較一百五十

黄廣弦五百一十　勾二百四十即城徑也　股四百五十

勾股和六百九十較二百一十

勾弦和七百五十較二百七十

股弦和九百六十較六十

弦較和七百二十較三百

弦和和一千二百較一百八十

黄長弦二百七十二　勾一百二十八　股二百四十即城經也

勾股和三百六十八較一百一十二

勾弦和四百較一百四十四

股弦和五百一十二較三十二

弦較和三百八十四較一百六十

弦和和六百四十較九十六

高弦二百五十五上下同　勾一百二十即半徑　股二百二十五

勾股和三百四十五較一百零五

勾弦和三百七十五較一百三十五

股弦和四百八十較三十

弦較和三百六十較一百五十

弦和和六百較九十

平弦一百三十六上下同　勾六十四　股一百二十

即半徑也

勾股和一百八十四較五十六

勾弦和二百較七十二

股弦和二百五十六較十六

弦較和一百九十二較八十

弦和和三百二十較四十八

大差弦四百零八　勾一百九十二　股三百六十

勾股和五百五十二較一百六十八

勾弦和六百較二百一十六

股弦和七百六十八較四十八

弦較和五百七十六較二百四十

弦和和九百六十較一百四十四

小差弦一百七十　勾八十　股一百五十

勾股和二百三十較七十

勾弦和二百五十較九十

股弦和三百二十較二十

弦較和二百四十較一百

弦和和四百較六十

皇極弦二百八十九　勾一百三十六　股二百五十五

勾股和三百九十一較一百一十九

勾弦和四百二十五較一百五十三

股弦和五百四十四較三十四

弦較和四百零八較一百七十

弦和和六百八十較一百零二

太虛弦一百零二　勾四十八　股九十

勾股和一百三十八較四十二

勾弦和一百五十較五十四

股弦和一百九十二較一十二

弦較和一百四十四較六十

弦和和二百四十較三十六

明弦一百五十三　勾七十二　股一百三十五

勾股和二百零七較六十三

勾弦和二百二十五較八十一

股弦和二百八十八較一十八

弦較和二百一十六較九十

弦和和三百六十較五十四

東弦三十四　勾十六　股三十

勾股和四十六較一十四

勾弦和五十較一十八

股弦和六十四較四

弦較和四十八較二十

弦和和八十較十二

識别雜記

天之于日與日之於心同心之于川與川之于地同

日之于心與日之于山同故以山之川為小差　川

之于心與川之于月同故以月之日為大差

明勾重股相得名為内率求虚積　明股重勾相得

名為外率求虛積　虛勾虛股相得名為虛率求

虛積

凡勾股和即弦黄和　凡大差即股黄較　凡小差

即勾黄較

高股平勾差名角差又名遠差此數即高平二差共

也又為明和叀和較也又為通差内去極差又為

極差虛差共　明叀二差共名次差又名近差又

名戾音列和此數又為明大差叀小差較也　勾圓

差之股股圓差之勾相併名混同和此數又為一徑一虛弦共也　明叀二差較名傍差此數又為髙平二差較又為極雙差内減虛和又為極和内減城徑也　虛差不及傍差名蔑差此數又為大差差内去角差又為極差内去二之平差又為次差内去小差差又為明股叀勾共内去二之明勾也　虛差傍差共為蔑和蔑音剉

凡大差股小差勾相乘為半段徑冪　大差勾小差

股相乘亦同上　虛勾乘大股得半段徑冪　虛股乘大勾亦同上　邊股叀股相乘得半徑冪　明勾底勾相乘亦同上　黄廣股黄長勾相乘得徑冪　高股平勾相乘得半徑冪　明弦明股併與叀弦叀勾併相乘得半徑冪　明弦明勾併與叀弦叀股併相乘亦同上　高弦平弦相乘為一段皇極積　明勾叀股相乘倍之為一段太虛積

明股叀勾相乘亦同

右諸雜名目

通弦上勾股和即一城徑一通弦也其較即勾圓差之勾股圓差之股相較也　勾弦和即二勾一大差其較則大差也　股弦和即二股一小差其較則小差也　弦較和為一徑三差共其較則大勾小差共也　三事和即邊弦三事和上帶大勾也又為底弦三事和上帶大股也其較則城徑也

邊弦上勾股和為通股平弦共其較則大差股內去

平弦也　勾弦和即通股底勾共其較則明股明弦共也　股弦和即通股通弦和內少个邊勾也其較則平勾也　弦較和為大差上股弦和其較則大勾也　三事和即通弦上股弦和又為黃廣三事和上帶勾圓差也其較則大差勾也又為平弦上弦較和又為太虛弦上股弦和也

底弦上勾股和為通勾高弦共其較則高弦內去小差勾也　勾弦和為通弦上弦較較與高股共其

較則高股也　股弦和為半个通弦上三事和其較則東弦上勾弦和也　弦較和為大差上勾弦和也其較則小差上勾弦和也　三事和即通弦上勾弦和又為黄長三事和上帶股圓差其較則小差股也又為高弦上弦較較又為太虛弦上勾弦和

黄廣弦上勾股和為大股虛股共又為通勾通股共内少个小差上勾股和其較則兩个高差也　勾

弦和為二高弦一圓徑共其較則二明股也　股弦和為通弦上弦較和其較則二叀股也　弦較和即兩个大差股也其較即兩个小差股也　三事和兩大股也其較則兩虛股也

黃長弦上勾股和為大勾虛勾共又為通和內少个大差上勾股和也其較則兩个平差也　勾弦和為通弦上弦較較其較則兩个明勾也　股弦和為二圓徑二叀勾其較則二叀勾也　弦較和為

兩个大差勾也其較則兩个小差勾也　三事和為兩大勾其較則兩虛勾也

高弦上勾股和為高弦虛股共又為一徑及高勾高股差也其較則底弦内減大勾也又為邊股内減底股也　勾弦共則底股其較則明股也　股弦共即邊股其差則東股也　弦較共則大差股其較則小差股也　三事和即大股其較則虛股也

又為小差上勾弦較又為明弦上弦較較

平弦上勾股共即平弦虛勾共也其較則大股內減邊弦也　勾弦共即底勾其差則明勾也　股弦共即邊勾其較則叀勾也　弦較共即大差勾其較則小差勾也　三事和即大勾其較則虛勾也

又為大差上股弦較又為叀弦上弦較和

大差上勾股和即大股內去虛勾其差則大差弦內去圓徑也　弦勾共即大股其差則大差股內去二之明勾也　股弦和為大股上加个大中差也按大

中差乃明股弦和與半徑之較其較則虛勾也　弦較和為兩个邊弦上勾弦較其較即城徑也　三事和即大股與股圓差共又為大弦大較共又為二邊股其較則太虛上弦較和也

小差上勾股和即大勾内去虛股也其較則圓徑内去小差弦也　勾弦和為大勾上減个小中差也

按小中差乃叀勾弦和與半徑之較其較則虛股也　股弦共即大勾其較則小差勾内去兩个叀股也　弦較和為

圓徑其較則為兩个底弦上股弦較又為兩个叀弦上勾弦和也　三事和即大勾與勾圓差共也又為大弦大較較按即通弦上弦較較又為二底勾其較則太虛上弦較較也

皇極勾股和即高弦平弦共其較則明股內去叀勾也　勾弦共即底弦其較則明弦也　股弦共則邊弦其較則叀弦也　弦較和為高弦明弦共又為大股內減大差勾又為大差弦其較則小差弦

也　三事和即通弦其較則太虛弦也又為明勾
重股共又為髙弦内減明弦又為平弦内減重弦
又為大差勾上減虛股又為小差股上減虛勾也
太虛勾股和即圓徑内減虛弦又為虛弦虛黄方共
又為皇極弦内去明股重勾共其差則大差勾内
減个小差股也　勾弦共即小差股也其較則虛
股内減个小黄方也　股弦共即大差勾其較則
虛勾内減个小黄方也　弦較和為大差弦上弦

和較又黃長弦上勾弦較又為兩个明勾其較小差弦上黃方靣也　三事和即大黃方其較則為兩个明弦上股弦較又為東弦上兩个勾弦較又為明弦上小差與東弦上大差共也

明弦勾股和即大差股内減明弦其較則明弦内減虛股也　勾弦併即髙股其較則髙股内少二之明勾也　股弦和即邊股内減大差勾又為邊勾邊弦差其較則半个虛黃方也　弦較和即大差

上勾弦較其較則虛股也　三事和即股圓差其較則太虛上勾弦較又為虛股內減虛黃方也

重弦上勾股和即小差內減重弦其較則虛勾內減重弦也　勾弦和即底勾內減小差股又為底股底弦差其較則半个虛黃方也　股弦和即平勾其較則平勾內少二个重股也　弦較和即虛勾其較則小差上股弦較也　三事和即勾圓差其較則太虛上股弦較又為虛勾內減虛黃方也

前黃廣勾股下　其勾股較又為大差股上少個小差股又為中差按中差係通勾股較內少個小差較又為黃廣股內少一徑　勾弦共又為兩個底股又為大股與小差股共　股弦和又為大弦中差共又為兩個邊股　股弦差又為小差上黃方面

前黃長勾股下　其勾股較又為大差勾上少個小差勾也又為圓徑內少個黃長勾　勾弦共又為兩個底勾又為大勾與小差勾共　勾弦較又為

大差上黄方面　股弦共又為兩个邊勾

右五和五較

大弦為大勾與股圓差共又為大股與勾圓差共

邊弦乃邊股平勾共又為大股内減平弦上勾股較

底弦乃底勾髙股共又為大勾内加一个髙差

黄廣弦為大股内減虚股又為邊股重股共

黄長弦乃大勾内減虚勾又為底勾明勾共

髙弦乃大差弦内減明弦又為明弦虚弦共　平

弦乃小差弦内減叀弦又為叀弦虚弦共　大差弦乃大股内減大差勾又為高弦明弦共又大弦内去黄長弦　小差弦為大勾内減小差股又為平弦叀弦共又為大弦内去黄廣弦　極弦乃高股平勾共又為平弦明弦共又為高弦叀弦共又為大差弦内減高平二弦較又為小差弦内加高平二弦較　虚弦乃皇極黄方面又為明勾叀股共又為高弦内減明弦又為平弦内減叀弦　明

弦乃高弦內減虛弦　東弦乃平弦內減虛弦

黃廣弦黃長弦相併為大弦虛弦共也以此數減于

大和餘即虛和　若以二弦相減餘即虛弦平弦

共也按虛弦平弦共此題數偶合當云二極差　黃廣弦又為大差弦

虛弦共　黃長弦又為小差弦虛弦共　以黃長

弦減于大勾餘即虛勾　以黃廣弦減于大股餘

即虛股

邊弦底弦相併為大弦皇極弦共也于此併數內減

大和餘為皇極弦內減圓徑也　若以二弦相減餘即皇極差也此數同者最多故又為皇極弦內少個小差弦又為高弦平弦較又為明股內少重勾又為大差弦內少皇極弦又為次差虛差共也

邊弦又為皇極股弦共又為黃廣弦重弦共

底弦又為皇極勾弦共又為黃長弦明弦共也

以邊弦減大股餘為半徑內減平勾又為平弦內減小差勾也　底弦內減大勾餘為高股內減半

徑又為大差股内減高弦也

黄廣弦内減邊股即東股　黄長弦内減底勾即明勾也

髙弦髙股共即邊股　平弦平勾共即底勾　髙弦髙勾共即底股　平弦平股共即邊勾

上髙弦減于通股餘即邊股内減東股也　下平弦減于通勾餘即邊勾内減明勾也　髙弦平弦相併即大弦内少个皇極弦也若以相併數減於大

和餘為皇極弦圓徑共也　高弦平弦相減餘即皇極差也又為皇極弦上減小差弦也若以相減數却加于相併數即黄廣弦也

高弦内減明股得半徑　平弦内減叀勾亦同上

皇極勾上加明弦為皇極弦　皇極股上加叀弦亦同上

皇極弦　得極勾即底弦　得極股即邊弦　内去極勾即明弦　去極股即叀弦　減于通弦即極

和　得虛弦亦同上　内去虛弦即明弦東弦共

去虛黄即明和東和共也　去城徑即傍差

内加極差即大差弦　去極差即小差弦　加角

差即兩个髙股　減角差即二平勾

太虛弦　加入極弦為極和　極弦内去之即明東

二弦共　再去之則明大差東小差併也　加于

大差弦即黄廣弦　加于小差弦即黄長弦　内

去明勾則東勾　加明勾為圓徑内少虛黄東股

共　加入明股為明和重股共　減于明股即明
較內去重股　加入明弦為極股　減于明弦為
明大差重小差內少个重弦　加于明和即兩个
虛弦一个髙差共也　減于明和即髙差也　內
去重勾即明勾重較共　又為重股平差共　加于
重勾即重和明勾共　加于重股為二虛弦內少
明勾　又為圓徑內少虛黄明勾共　內減重股即
明勾　內加重弦即極勾　減于重弦為明勾內

少个亶小差　加入亶和即兩个虛弦內少个平差也　內減亶和即平差也　加入明亶二和共即極和內少个虛黄也　若減於明亶二和共即明股亶勾共也　減于高弦即明弦減于平弦即亶弦加于角差即二明勾一極差也　減于角差即一極差二亶股較也　得傍差即明股亶勾共內減傍差即太虛三事和內去了極僂差也按僂差係勾弦差股弦差　內加虛差即二明勾　內減虛差即

二車股　內加虛黃方即虛和　內減虛黃方即

太虛大小差併也

右諸弦

大差弦小差弦共即兩个極弦也以兩个極差為之較　大差差小差差共即兩个極差也以兩个傍差為之較　大差上大差小差上大差共即兩个明弦也以兩个明差為之較　大差上小差小差上小差共即兩个車弦也以兩个車差為之較

大差黃按即二明勾小差黃按即二重股數共即兩个極黃按即二虛弦也以兩个虛差為之較　大差勾小差勾共即兩个極勾也以兩个平差為之較　大差股小差股共即兩个極股也以兩个高差為之較

二和共為二極和以二角差為之較

大差上弦較較即圓徑　小差上弦較和亦同上

大差上小差即虛勾　小差上大差即虛股也

大差弦與明勾共即邊股　小差弦與重股共即

底勾也　大差弦內減中差即黃長勾按勾應作股小差弦內加中差即黃廣股也按股應作勾大股內減小差股即黃廣股　大勾內減大差勾即黃長勾也

虛弦得虛股即大差勾　虛弦得虛勾即小差股也　明段弦較和即大差上勾弦較　明段弦較較即小差上勾弦較也　重段弦較和即大差上股弦較　重段弦較較即小差上股弦較也

大差勾內減虛弦餘即虛股　小差股內減虛弦

餘即虛勾也　以大差和減大股即虛勾　以小差和減大勾即虛股也　以大差差減圓徑即明勾此差若多於圓徑則內減圓徑餘即虛勾也按此條因題數偶合而誤若勾股差甚大甚小者皆不能合　以小差差減圓徑即小差弦也　大差弦上加一徑即大股上加虛勾也　小差弦上加一徑即大勾上加虛股也

大差股內減高弦餘即高股內減半徑　平弦內減小差勾餘即半徑內減平勾也　大差內減虛

差即二明差　小差內減虛差即二重差也

大弦內減大差股小差勾共即圓徑　三事和內減二之大差股小差勾共即三个圓徑也

大差勾小差股相併名混同即一圓徑一虛弦也若以相減即虛差也

大差和小差和二數相併即大弦虛弦共也　二數相減即中差虛差共也　又半之併數即為極弦虛弦共也　又為高弦平弦共又為皇極勾股共也

大差差小差差二數相併即兩个皇極差又為大差

弦內減小差弦也　二數相減而半之即是皇極

弦上減圓徑也即傍差

右大小差

大差差小差差虛差共為一个通差　高平極三差

共亦同上　明直虛三差共為一个極差也　諸

黄方面亦倣此

邊黄內減底黄即虛差　黄廣黄內減黄長黄即二

虛差　高黄內減平黄即虛差葢高黄即虛股平黄即虛勾也　大差黄內減小差黄即二虛差葢大差黄即二明勾小差黄即二叀股也　明黄內減叀黄餘即虛差　叀弦上三差合成一个虛黄

方

高差內減平差為傍差　邊差內減底差亦同上

明差內減叀差亦同上　大差差內減小差差為二

旁差　黄廣差內減黄長差亦同上

極僂差即明叀二弦共　内加虛僂差即明叀二和共　内減虛僂差即明僂差叀僂差共也　内加旁差即極弦内少个虛弦旁差差　内減旁差即虛和也　内加虛差即極弦内少二叀股　内減虛差則極弦内少二明勾也

極差内加旁差為大差差　内減旁差為小差差也

内加虛差即角差　内減虛差即次差也　倍極差為大差差小差差共則倍旁差為之較　倍

極弦為大差弦小差弦共倍極差為之較　以極差為明差平差共則以葌差為之較　以極差為髙差叀差共則以葌和為之較　副置葌和上加葌差而半之即旁差也　減葌差而半之則虛差也　極差內減二之平差得葌差

角差內加旁差為二髙差　內減旁差即二平差也

內加明叀二差併而半之得極差　內減明叀二差而半之則虛差也　內加極差則通差　內

減極差則虛差也

以虛差減於明和為明叀二股共　以虛差加於叀和為明叀二勾共也　又副置二和共上加次差而半之即明叀二股共　減次差而半之即明叀二勾共也　明叀二股共以髙差為之較　明叀二勾共以平差為之較

以髙差減明和即虛弦　以平差加叀和亦同上

以髙差減髙股即半徑　以平差加平勾亦同上

以高差減大差差即明差　以平差減小差差即重差也　以高差減大差即高弦　以平差加小差即平弦也　二之平差内去虚差餘即小差差　去二虚差即兩个重差

高股即半徑上股方差　平勾即半徑上勾方差

故高勾平股共為全徑也　黄廣股即全徑上股方差　黄長勾即全徑上勾方差　故黄廣勾黄長股共數為兩个全徑也

邊弦内減底弦即皇極差　邊股内減底股即高差

又為底弦内減大勾　邊勾内減底勾即平差又

為大股内減邊弦也

大勾減底弦餘即半徑為勾之中差也　大股内減

邊弦餘即半徑為股之中差也　邊股底勾相併

即大弦　若以相減即通中差也

二高股一虚差合成一个股圓差　二平勾一虚差

合成一个勾圓差按此二條誤當云二明股一虚股合成一个股圓差　二東勾

一虛勾合成一个勾圓差也

明雙差亦為明東二大差其較則明差也　東雙差亦為明東二小差其較則東差也　明雙差内減明差即虛黃　東雙差上加東差亦同上　以明雙差加明和即兩明弦　以東雙差加東和則兩東弦也　以明雙差減明和而半之即明黃又為虛大差　以東雙差減於東和而半之即東黃又為虛小差也　以虛大差減明和即為明弦　以

虛小差減朿和即朿弦也 明雙差朿雙差相較則次差也 明雙差朿雙差相併加於明朿二和共則為兩个極雙差 若以減於明朿二和共則為兩个虛雙差也 明雙差上加虛雙差即明朿二股共 朿雙差上加虛雙即明朿二勾共也

以明朿二股共為明弦朿黄共則髙差虛黄共為之較 按明弦朿黄較 又為明大小差虛大小差共則明朿二股共内去兩个虛雙差為之較也 按明大小差虛大小差之較

以明叀二勾共為叀弦明黄共則以平差虛黄較為之較又為叀大小差虛大小差共則明叀二勾共內減兩个虛大小差為之較也按虛大小差叀大小差之較

明叀二和共內減旁差即二虛弦　虛弦內加旁差明股叀勾共也

明和內去平差即明股叀勾共　叀和上加高差亦同上也　明和內去高差即虛弦　叀和上加平

差亦同上　明弦內去高差即虛勾　東弦上加

平差即虛股也　明股內去東股即高差　去東

勾則極差也　明勾內去東股即虛差　去東勾

則平差也

明東二股併內減虛弦即明差　明東二勾併減於

虛弦即東差

明東二和共又為明東二弦共與明東二黃共數也

其較則明雙差東雙差共數也　其明東二和共

數內減旁差即二虛弦也　若內減虛僿差即明叀二弦共也

極弦得極差為大差弦大差弦內減明和則髙弦內減虛大差也　內減極差則為小差弦小差弦內減叀和則是平弦內減虛小差也　又大差弦內減明和與髙股共餘則為虛勾不及明勾數　小差弦內減叀和與平勾共餘則為叀股不及虛股數也

右諸差

邊勾邊股差又為皇極差與高差共也又為邊弦內去大勾也　邊勾邊弦共又為大勾邊股共　邊勾邊弦較又為大差弦內減半徑也　邊股邊弦較又為重股弦和

底勾底股差又為皇極差平差共又為大股內去底弦又為高股內去底小差　底勾底弦共為大弦內少个底股大勾差　底勾底弦較又為明弦上

勾弦和　底股底弦共與邊勾邊弦共同　底股

底弦較又為底勾内少小差股也

邊股内減髙弦餘則髙股　内減大差弦餘則明勾

内減底弦即底股内減大勾也又為髙弦内減

底勾也

底勾内減平弦餘即平勾　内減小差弦餘即叀股

以底勾減於邊弦餘即大股内減邊勾也又為

邊股内減平弦也

邊弦内減底股與底弦内減邊勾同為皇極弦内減半徑也

皇極勾内減明勾餘即平勾也若減重勾即半徑也倍之則為底勾明勾共　皇極股内減重股餘即髙股也若減明股餘即半徑也倍之則為邊股重股共也

明股得虛股即髙股　明勾得虛勾即半徑　重股得虛股即半徑　重勾得虛勾即平勾也　髙弦

内減高股即重股　平弦内減平勾即明勾也

明弦内減明差即虚股　重弦内加重差即虚勾也

高股即虚明二股共　平勾即虚重二勾共也

明弦明勾并數與高股同　重弦重股并數與平勾同也

明股重勾相并減於極弦即虚和又為極黄虚黄共數也

明重二弦并　内減重雙差即明重二股并　内減

明雙差即明叀二勾併　内加虛弦即極弦　内減虛弦即明大差叀小差併也

以明和為明弦明黃共則明雙差為之較　以叀和為叀弦叀黃共則叀雙差為之較也　明和又為高差虛弦共又為極差與明叀二勾共數　叀和又為平差少於虛弦數又為極差少於明叀二股數

半之三事和内加半黃方即勾股共　若減之則弦

也　半圓徑内加半虚黄即虚和　減半虚黄即虚弦也又以半虚黄加明和即高股以半虚黄加叀和即平勾也　加明股則明弦　加叀股則叀弦也　減明勾則明黄　減叀股則叀黄也　以虚黄加明黄則為虚股　以加叀黄則虚勾也

右諸率弦見

高弦叀弦共為極弦其差即虚弦極差共也　高股叀股共為高弦其差即虚股高差共也　高勾叀

勾共為平弦其差即半徑内減叀勾也　高和叀和共為極和其差即極和内少二叀和也　高差叀差共為極差其差即虛差旁差共也　高黄叀黄共為虛弦其差即叀黄不及虛股數也（高黄即虛股）高大差叀大差共即明弦其差即半虛黄不及明股數也此高大差即明股此叀大差即半虛黄也　高小差（即叀股）叀小差共即叀弦其差即叀小差不及叀股數也　明平二弦共亦為極弦其較即

虛弦不及極差數也　明平二股共亦為髙弦其較即明股内減半徑也　明平二勾共亦為平弦其較即平差内去虛勾也　明平二和共亦為極和其較即極和内少二之平和也　明平二差共亦為極差其較即虛差不及旁差數也　明平二黄共亦為虛弦其較則虛勾按虛勾即平黄不及明黄數也　明平二大差共亦為明弦其較即明勾不及明大差數平大差即明勾　明平二小差共亦為重弦其

較則東勾不及半虛黄數也此明小差即半虛黄

此平小差即東勾

右四位相套

邊弦　自減其股為平勾　自減其勾為明股明弦

併　減於通弦餘平弦　減於通股餘平差　內

減通勾餘邊差　內減底弦餘極差　內減底股

為半徑旁差共又為極弦內少半徑　內減底勾

即大股內去邊勾也　內減黄廣弦餘東弦　內

減黄廣股即小差股內去平差　內減黄廣勾即

大差股內去平差　內減黄長弦又得黄長弦按此

條誤　內減黄長股與內減黄廣勾同　內減黄長

勾即大股內去極勾虛勾共　內減皇極弦餘高

弦

底弦　自減其股為叀勾叀弦併　自減其勾為高

股　減於通弦餘髙弦　減於通股餘底差　內

減通勾餘髙差　減於邉弦餘極差　減於邉股

即底差内去半徑　内減邊勾即高差平勾共

減於黄廣弦餘為明大差東小差併按此條亦係數偶合

減於黄廣股即底差内去小差股　内減黄廣勾

即一个明弦一个黄長股弦較　内減去黄長弦

餘明弦　内減黄長股與内減黄廣勾同　内減

黄長勾餘為高股明勾共　内減極弦為平弦

減於邊股又為底股内去大勾

高差平差共又為平勾高股差　以半徑減高股即

高差　半徑内減平勾即平差　明勾内減叀勾與平差同　明股内減叀股與高差同　股圓差内減極股即高差也　勾圓差減於極勾即平差正股内去邊弦即平差也　底弦内去正勾即高差也　大差勾内去極勾即平差也　極股内去小差股即高差也　極差内去叀差即高差也内去明差即平差也

旁差即城徑極弦較也又為明差叀差較又為高差

平差較　極差得之為大差差也去之則為小差差也

又髙差平差下　明和内去虚弦即髙差　虚弦内去重和即平差

大差弦内加虚差即黄廣股　小差股内減虚差即黄長勾

通差内去髙差即底差　内去平差即邉差也

虚大差得二虚勾即勾圓差之股　虚小差得二虚

股即股圓差之勾也

明股弦較與勾共即虛股也　重勾弦較與股共即虛勾也

半虛黃　重勾得之即重弦也減於此數即虛黃內去重弦也　重股得之虛勾也去之即重黃方也

重弦得之即平勾內去重黃也去之則重勾也

明勾內得之即虛股也去之則明黃方也　明股得之即明弦也去之則明弦內去个虛黃方也

明弦得之即髙股内去明黄也去之則明股也

右拾遺

按識别雜記約五百條皆隨時録其所得未經審定者故難易淺深不拘先後要皆精思妙義足以開示數理之藴與者徐光啟亟傳新法而於勾股義中獨推是書其必有所見矣

欽定四庫全書

測圓海鏡卷二

元 李冶 撰

正率一十四問

假令有圓城一所不知周徑四面開門門外縱横各有十字大道其西北十字道頭定為乾地其東北十字道頭定為艮地其東南十字道頭定為巽地其西南十字道頭定為坤地所有測望雜法一一設問如後

或問甲乙二人俱在乾地乙東行三百二十步而立甲南行六百步望見乙問徑幾里

答曰城徑二百四十步

法曰此為勾股容圓也以勾股相乘倍之為實併勾股羃以求弦復加入勾股共以為法

草曰置甲南行六百步在地以乙東行三百二十步乘之得一十九萬二千步倍之得三十八萬四千步為實以乙東行步自之得一十萬零二千四百步為

勾冪以甲南行步自之得三十六萬步為股冪二冪相併得四十六萬二千四百步為弦方實以平方開之得六百八十步則弦也以弦加勾股共共得一千六百步以為法如法而一得二百四十步則城徑也

合問

或問甲乙二人俱在西門乙東行二百五十六步甲南行四百八十步望見乙問答同前

法曰此為勾上容圓也以勾股相乘倍之為實併勾

股冪以求弦加入股以爲法

草曰置甲南行四百八十步在地以乙東行二百五十六步乘之得一十二萬二千八百八十步倍之得二十四萬五千七百六十步爲實以乙東行步自之得六萬五千五百三十六步爲勾冪以甲南行步自之得二十三萬零四百步爲股冪勾股冪相併得二十九萬五千九百三十六步爲弦方實以平方開之得五百四十四步爲弦也以加入南行步共得一千

零二十四步以為法而一得二百四十步則城徑合問

或問甲乙二人俱在北門乙東行二百步而止甲南行三百七十五步望見乙問答同前

法曰此為股上容圓也以勾股相乘倍之為實以勾股冪求弦加入勾以為法

草曰置甲南行三百七十五步以乙東行二百步乘之得七萬五千步倍之得一十五萬步為實以乙東

行自之得四萬步為勾羃以甲南行自之得一十四萬零六百二十五步為股羃勾股羃相併得一十八萬零六百二十五步為弦方實如平方而一得四百二十五步則弦也加入乙東行二百步共得六百二十五步以為法以法除之得二百四十步則城徑也

合問

或問甲乙二人俱在圓城中心而立乙穿城向東行一百三十六步而止甲穿城南行二百五十五步望見

乙問答同前

法曰此為勾股上容圓也以勾股相乘倍之為實併勾股冪如法求弦以為法

草曰以二行步相乘得三萬四千六百八十步倍之得六萬九千三百六十步為實置乙東行自之得一萬八千四百九十六步為勾冪又以甲南行自之得六萬五千零二十五步為股冪二冪相併得八萬三千五百二十一步為弦方實以平方開之得二百八

十九步即弦也便以為法如法除實得二百四十步

即圓城之徑也合問

或問甲乙二人同立於乾地乙東行一百八十步遇塔

而止甲南行三百六十步回望其塔正居城徑之半

問答同前

法曰此為弦上容圓也以勾股相乘倍之為實以勾

股和為法

草曰以二行步相乘得六萬四千八百步倍之得一

十二萬九千六百步為實併二行步得五百四十步以為法除實得二百四十步即城徑也合問

或問甲乙二人俱在坤地乙東行一百九十二步而止甲南行三百六十步望乙與城叅相直問答同前

法曰此為勾外容圓也以勾股相乘倍之為實以弦較和為法

草曰以二行步相乘得六萬九千一百二十步倍之得一十三萬八千二百四十步為實置乙東行自之

得三萬六千八百六十四步為勾冪又置甲南行自之得一十二萬九千六百步為股冪二冪相併得一十六萬六千四百六十四步為弦方實以平方開之得四百零八即弦也又置甲南行步內減乙東行步餘一百六十八步即較也以較加弦共得五百七十六步以為法實如法而一得二百四十步為城徑也

合問

按此題用勾股求得弦即可加減得弦較較為城

徑令必以勾股相乘倍積為實求得弦加減得弦較和為法而後始得弦較較為城徑者蓋欲因此並明勾股相乘之倍積為弦較較弦較和相乘之積非故為紆迴也

或問甲乙二人同立於艮地甲南行一百五十步而止乙東行八十步望乙與城參相直問答同前

法曰此為股外容圓也以勾股相乘倍之為實以弦較較為法

草曰二行步相乘得一萬二千倍之得二萬四千步為實以甲南行自之得二萬二千五百步為股冪又以乙東行步自之得六千四百步為勾冪勾股冪相併得二萬八千九百步為弦方實以平方開之得一百七十步即弦也以二行步相減餘七十步為勾股較也以此較又減弦餘一百步即弦較較也便以為法實如法而一得二百四十步即城徑也合問

按此題係弦較和為城徑其用法實以較取和之

意與上題同

或問甲乙二人同立於巽地乙西行四十八步而止甲北行九十步望乙與城叅相直問答同前

法曰此為弦外容圓也勾股相乘倍之為實以弦和較為法

草曰以二行步相乘得四千三百二十步倍之得八千六百四十步為實以甲北行自之得八千一百步為股冪又以乙西行自之得二千三百零四步為勾

冪併二冪得一萬零四百零四步為弦方實以平方開之得一百零二步為弦也又併二行步得一百三十八步為和以弦減和餘三十六步得黃方以為法實如法而一得二百四十步即城徑也合問

按此題弦和和即城徑其以勾股相乘倍積為實黃方為法者亦以明弦和和黃方相乘之積與勾股相乘之倍積為相等也

或問甲乙二人俱在南門乙東行七十二步而止甲南

行一百三十五步望乙與城叅相直問答同前

法曰此為勾外容圓半也以勾股相乘倍之為實以

大差為法

草曰以二行步相乘得九千七百二十步倍之得一

萬九千四百四十步為實又以乙東行自之得五千

一百八十四步為勾冪又以南行自之得一萬八千

二百二十五步為股冪二冪相併得二萬三千四百

零九步為弦方實以平方開之得一百五十三步即

弦也以乙東行七十二步為勾以減弦餘八十一步

即勾弦差也便以為法實如法而一得二百四十步

即城徑也合問

或問甲乙二人俱在東門甲南行三十步而止乙東行

一十六步回望甲與城叅相直問答同前

法曰此為股外容圓半也以勾股相乘倍之為實以

小差為法

草曰以二行步相乘得四百八十步倍之得九百六

十步為實又以乙東行自之得二百五十六步為勾

冪又以甲南行自之得九百步為股冪二冪相併得

一千一百五十六步為弦方實以平方開之得三十

四步即弦也以甲南行三十步為股以減弦餘四步

以為法以法除實得二百四十步即城徑也合問

或問甲出西門南行四百八十步而止乙出東門南行

三十步望見甲問答同前

法曰此為半矮梯也以二行步相乘為實如平方而

一得半徑

草曰以二行步相乘得一萬四千四百步為實以平方開之得一百二十步倍之即城徑也合問

又問甲乙二人乙出南門折而東行七十二步而止甲出北門折而東行二百望見乙問答同前

法曰以二行步相乘得數四之為實如平方而一得

城徑

草曰二行步相乘得一萬四千四百步又四之得五

萬七千六百步為實以平方開之得二百四十步即城徑也合問

又假令乙出南門折東行二十步甲出北門折東行七百二十步如此之類亦同上法以上三問是以半𨦟梯求之

按右三題通為一問

或問甲乙二人乙在艮地東行八十步而立甲在坤地南行三百六十步望見乙問答同前

法曰此為兩差求黄方也以二行步相乘倍之為實

以平方開得城徑

草曰二行步相乘得二萬八千八百步倍之得五萬七千六百步為實以平方開之得二百四十步即城徑也合問　別得甲南行即股圓差也乙東行即勾圓差也

或問甲出東門四十八步而立乙出南門四十八步見之問答同前

法曰此當以方五斜七求之每出門二步管徑十步

草曰置出門步在地以五之得二百四十步即城徑也據此法合置出門步在地以十之二而一以二數相折故五因便是合問

按方五斜七古率非密率也設問以盡此題之變故率之踈密勿論

或問出西門南行四百八十步有樹出北門東行二百步見之問答同前

法曰以二行步相乘為實二行步相併為從二步常

法得半徑

草曰立天元一為半徑置南行步在地內減天元半徑得[算籌式]為股圓差按斜畫者少之記也[算籌式]是為四百八十步少一元也下倣此又置乙東行步在地內減天元得下式[算籌式]為勾圓差以勾圓差乘股圓差得[算籌式]按[算籌式]為一平方少六百八十元多九萬六千步為半段黃方冪即城冪之半也寄左又置天元冪以倍之得[算籌式]亦為半段黃方冪與左相消得[算籌式]如帶縱法之得半徑合問按相消者取上兩相等之數同加減相等

之數使一為步數一為方元數仍相等也如寄數內減一平方加六百八十元則得九萬六千步又數內亦減一平方加六百八十元則得一平方六百八十元是為一平方六百八十元與九萬六千步等故其式為丨 𝍥𝍰〇 𝍨𝍮〇〇〇 舊稱方元數皆作斜畫以別之然邇方元數有多少異號者殊混人目今不用

又法識別得二行併即大弦也立天元一為半徑置甲南行步加天元一得 元丨 𝍨𝍡〇 為大股又置乙東行步加天元得 元丨 𝍡𝍰〇 為大勾也勾股相乘得 丨 元𝍥𝍰〇 𝍨𝍮〇〇〇 為一个大直積以天元除之得下式 元丨 𝍥𝍰〇 𝍨𝍮〇〇〇 為三事和寄左黄方除倍積得三事和令以半黄方除直積亦為三事和也然後併二行步又併入

勾股共得‖元⊥〇為同數與左相消得|元⊥〇Ⅲ|〇〇以帶縱平方開之得一百二十步倍之得全徑也合問

按是書皆先法後草草者以立天元一推衍而得其方元積數者也法者又取推衍中之支節條目融會而歸於簡約者也草者法之本法者草之用法使人易於推步而草則存其義以俟知者二者相須不可偏廢顧應祥僅演其開方乘除之數而去其細草蓋亦不得其理矣

按元時未有筆算故加減乘除之式不能詳載觀者遂以為無下手處今借根方法既明視此則渙如氷釋矣

測圓海鏡卷二

測圓海鏡卷三

元　李冶　撰

邊股一十七問

或問乙出東門南行不知步數而止甲出西門南行四百八十步望見乙復就乙行五百一十步與乙相會問答同前

法曰倍相減步以乘二之甲南行步為平方實得城

徑

草曰識別得二行相減餘三十步即乙出東門南行步也倍相減步得六十步以乘二之甲南行步九百六十步得五萬七千六百步為平方實如法開之得二百四十步即城徑也合問

或問甲出西門南行四百八十步而止乙從艮隅東行八十步望見甲問答同前

法曰倍南行步以東行步乘之為實東行步為從方

一步常法得全徑

草曰立天元一為全徑以減於二之甲南行步得[illegible]為兩个大差也以乙東行步乘之得[illegible]為圓徑冪寄左然後以天元冪與左相消得[illegible]以帶縱平方開之得二百四十步即城徑也合問

又法半之乙東行步乘南行步為實半之乙東行步為從一步常法得半徑

草曰立天元一為半城徑減甲南行步得[illegible]為大

差也以半之東行步乘之得𝍣元丨𝍡𝍠〇即半徑冪寄左然後以天元冪為同數與左相消得丨𝍣元丨𝍡𝍠〇開帶縱平方得一百二十步倍之即城徑也合問

或問甲出西門南行四百八十步而止乙從艮隅亦南行一百五十步望見甲問答同前

法曰兩行步相乘為實南行步為從方一為隅得半徑

草曰立天元一為半城徑以減乙南行步得丨元𝍢〇為

半梯頭以甲行步為梯底以乘之得𝍣𝍥元𝍡𝍩〇〇〇為半徑冪寄左然後以天元冪與左相消得丨𝍣𝍪〇𝍡𝍩〇〇〇開帶縱平方得一百二十步倍之即城徑也合問

或問甲出西門南行四百八十步乙出東門直行一十六步望見甲問答同前

法曰以四之東行步乘南行冪為實從空東行為廉一步為隅法得全徑

草曰立天元一為圓徑加乙東行步得元𝍠𝍮為中勾

其甲南行即中股也置東行步為小勾以中股乘之得丄‖〇太合以中勾除令不受除便以為小股也（内寄中勾分母）乃復以中股乘之得三百六十八萬六千四百又四之得一千四百七十四萬五千六百為一段圓徑冪（寄中勾分母寄左）然後以天元徑自之又以中勾乘之得丨丄〇元為同數與左相消得丨丄〇元𝍫‖‖𝍫丄以帶縱立方開之得二百四十步為城徑也合問

按不受除者無可除之理也凡二數此數於彼數

有可除之理則受除無可除之理則不受除也盖除有法有實實可二法不可二此題以中勾為法而中勾内有一元又有十六步其為數已二矣又何以均分不一之數乎故曰不受也寄分者姑寄其應除之數也俟求得兩相等數而此數内尚少一除不除此而轉乘彼則兩數仍相等猶之受除者也此所謂以乘代除也

或問乙出南門東行七十二步而止甲出西門南行四

百八十步望乙與城徐相直問答同前

法曰以乙東行冪乘甲南行為實乙東行冪為從方甲南行步內減二之東行步為益廉一步常法得半徑

草曰立天元一為半城徑以減南行步得㇀元 𝍢𝍤太為小股又以天元加乙東行步得丨元 𝍥𝍡為小勾又以天元加南行步得丨元 𝍢𝍤太為大股乃置大股在地以小勾乘之得下式丨 𝍣𝍥𝍩元 𝍡𝍣𝍤〇合以小股除之令不受除便以為

大勾（內寄小股分母）又置天元半徑以分母小股乘之得卜川元以減大勾得川川元川川〇為半个梯底於上以乙東行七十二步為半个梯頭以乘上位得川川川川元川川〇為半徑冪（內寄小股分母）寄左然後置天元冪又以分母小股乘之得卜川〇〇元為同數與左相消得卜川川川元川川〇以立方開之得一百二十步倍之即城徑也合問

又法曰以二數相乘為實相減為從一虛法平開得半徑

草曰別得二數相併為大股內少一虛勾其二數相減為大差弦也立天元一為半徑副置之上位減於四百八十得[illegible]為股圓差（即大差股也）下位加七十二得[illegible]與股圓差相乘得下式[illegible]為一大差積（寄左）再以大差勾減於大差股餘[illegible]為較又加入大差弦四百單八共得[illegible]為弦較共也以天元乘之得[illegible]為同數與左相消得[illegible]以平方開之得一百二十步即半徑合問　前法太煩故又立此法

以就簡也

或問乙出南門東行不知步數而立甲出西門南行四百八十步望見乙與城叅相直又就乙行四百零八步與乙相會問答同前

法曰二行步相減以乘甲南行步為實甲東行步内減相減步為益方一步常法得半徑

草曰識别得二行相減餘七十二步即是乙出南門東行數也更不須用弦遂立天元一為半城徑加乙

東行得（元 ‖）為小勾也副置南行步上減天乙得（元 ⊥）（‖‖ 〇）為小股下加天元得（元 ‖‖ 〇）為大股乃置大股以小勾乘之得下式（丨 元 ‖‖‖ 〇）合以小股除之令不受除便以此為大勾也（內帶小股分母）又倍天元以小股乘之得下式（‖ 元 ‖‖‖ 〇）以減於大勾得（川 元 ‖‖‖ 〇）為勾圓差也合以股圓差乘之緣此勾圓差內已帶小股分母（小股即股圓差也）更不須乘便以此為半段黃方冪（更無分母也）寄左乃以天元自之又倍之得（川 〇元）為同數與左相消得（丨 ‖‖‖ 元）

以平方開之得一百二十步倍之即城徑也合問

或問乙出東門直行不知步數而止甲出西門南行四百八十步望見乙復就乙斜行五百四十四步與乙相會問答同前

法曰半南行步減半斜行步以乘南行步為實從方空半斜行半南行相減得數加入南行步為隅法得半徑

草曰識別得二行相減餘六十四步即半徑為股之

勾也立天元為半徑就以為小股其二行相減餘六十四步即小勾也乃置甲南行步加天元得下式元[illegible]為大股以小勾乘之得[illegible]元[illegible]又以小股除之得[illegible]太[illegible]為大勾又倍天元一減之得下式元[illegible]太[illegible]為勾圓差也半之得元[illegible]太[illegible]於上乃以天元減甲南行步得元[illegible]為股圓差以乘上位得[illegible]元[illegible]為半徑冪寄左然後以天元冪與左相消得下式[illegible]元[illegible]太[illegible]以平方開之得一百二十步倍之即城徑也合問

按此問以小股為除法蓋因小股只一天元其數不二猶有可除之理也然得數降於實數之下者皆不可以命名至開方時仍須各升一位以計之是兩邊各加一乘猶是寄分之理也
又法以二數差乘二數併開方得邊勾復以邊股乘之為實併二數而半之為法實如法得二百四十步即城徑此蓋用前勾上容圓法也
或問乙從乾地東行不知幾步而止甲出西門南行四

百八十步望見乙復就乙斜行六百八十步與乙相

會問答同前

法曰併二行數以二行差乘之內減二行差冪為實

併二行步及二行差為從方二步常法得半徑

草曰識別得二行相減餘二百步即半圓徑與小差

勾之共數也立天元一為半城徑加於二百步得𝍠元

𝍡〇〇為大勾也又以天元加於甲南行步四百八十得

𝍠元𝍣𝍰〇即大股也乃以大勾自之得𝍠𝍣〇〇元𝍣〇〇〇〇為勾冪寄左

乃置乙斜行六百八十步為大弦加入大股共得[illegible]於上再置二行差內減天元得[illegible]為小差勾即股弦較以乘上位得[illegible]為同數與左相消得[illegible]以平方開之得一百二十步倍之即城徑也合問

又法求小差二行相減以自之又四之為實二行相減八之於上二之南行步內減二之二行相減數又以加上位為益方二步常法

草曰立天元一為小差減二行差得丄元丨〇〇為半城徑以自之得丨𝍧〇〇元𝍢〇〇〇又四之得𝍢丨〇〇元丨〇〇〇為圓徑冪寄左然後以半城徑減於甲南行得丨元𝍡〇又倍之得丨元𝍦丄為兩个大差也又以天元乘之得丨丨𝍦丨〇元〇為同數與左相消得下式丨丄𝍡〇元丨〇〇〇以平方開之得八十步為小差也

或問乙出南門南行不知步數而立甲出西門南行四百八十步望乙與城參相直復就乙斜行二百五十

五步與乙相會問答同前

法曰甲南行內減二之兩行差餘以乘甲南行又倍之為實二步為隅得半徑

草曰別得二行步相減餘二百二十五步乃是半徑為勾之股也立天元一為半城徑就以為小勾率其二行差二百二十五步即為小股率乃置甲南行步加入天元得元川丄〇為大股以天元小勾乘之得丨川丄〇元合以小股除令不受除按此所謂不受除乃其數奇零不能盡非無可除之理也

與前辭同而意異 便以此為大勾（內寄小股分母）乃倍天元以小股乘之得[illegible]元 以減大勾餘[illegible]元 為一个小差於上（內寄小股分母）乃以天元減甲南行步得[illegible]元 為大差也以乘上位得[illegible] [illegible]元 又倍之得[illegible] [illegible]元 為圓徑冪（內寄小股分母）寄左然後倍天元以自之又以小股乘之得[illegible]元 為同數與左相消得[illegible] 以平方開之得一百二十步倍之即城徑也合問

按此題止用股弦求勾法即得城半徑其必展轉

數次而後始得者蓋見其為發明立天元一之術
使人易曉也後多有倣此者

或問乙出南門直行一百三十五步而止甲出西門南
行四百八十步望乙與城參相直問答同前

法曰二行步相減餘以自乘內減乙行羃為實二之
甲南行為益從一步常法得半徑

草曰立天元一以為半徑便以為勾率又以天元加
乙行步併以減於甲行步得丨元 |||||||||為股率乃置乙南

行步一百三十五步為小股以勾率乘之得[illegible]合以股率除之今不受除乃便以此為小勾（內寄股率分母）又置乙南行步加二天元得[illegible]為大股以勾率乘之得[illegible]合以股率除之今不受除便以此為大勾（內寄股率分母）以小勾大勾相乘得[illegible]為半徑冪（內帶股率冪為分母）寄左然後置天元以自乘又以股率冪乘之得[illegible]為同數與左相消得[illegible]以平方開之得一百二十步倍之即城徑也合問

按此草得數為九百六十立方少一三乘方與十萬零八百平方等皆虛數也各降二位即如各以平方除之乃為九百六十元少一平方與十萬零八百步等兩數等所降之位又等則兩數仍相等而實積步數乃出矣故可以帶縱平方開之也此係降位而得實數者與前升位而得實數者其理互相發明草中不言蓋以為不待於言也

或問甲乙二人同出西門向南行至西南十字道口

分路乙折東行一百九十二步而立甲又南行甲通行四百八十步望乙與城叅相直問荅同前

法曰兩行相乘得數又以乙東行乘之為實二行相乘於上位又置乙東行以二行相減數乘之得數加上位為法

草曰立天元一為半城徑副置上位加南行步得[illegible][illegible]為大股也下位減於甲行步得[illegible][illegible]為小股也其乙東行即小勾也置大股以小勾乘之得[illegible][illegible]內寄

小股[illegible]為母便以為大勾也置天元以母通之得[illegible]減於大勾得[illegible]為半个矮梯底於上再置乙東行内減天元得下式[illegible]為半个矮梯頭以乘上位得下式[illegible]為半徑冪寄左再置天元以自之為冪又以分母乘之得[illegible]為如積與左相消得[illegible]上法下實得一百二十步即城之半徑也

合問

按草中相消法皆得兩邊數此獨得一邊二數蓋

此條共數比彼條共數少一數又多一數為相等則多少二數其必為相等無疑矣多少數多者亦做此此又相消法中之一變也

又法二行步相乘為實倍甲南行內減乙東行為法

草曰立天元一為半城徑副置上位加甲南行得元[illegible]為大股下位減甲行步得元[illegible]為小股便是股圓差也其乙東行即小勾也置大股以小勾乘之得元[illegible]內寄小股元[illegible]為母便以為大勾也再置天元以

二之又以分母乘之得[illegible]為全徑以減於大勾餘[illegible]為勾圓差也合以股圓差乘之緣內已有小股分母不須乘便以此為兩段之半徑冪也更無分母寄左然後置天元冪以二之得[illegible]為如積以左相消得[illegible]上法下實得一百二十步即半城徑也合問

或問見邊股四百八十步重弦三十四步問答同前此題在甲乙二人同出西門南行至十字道乙折東行一百九十二步而立甲又南行甲通行四百八十步望

見乙與城參相直之後

法曰重弦乘邊股半之為實半重弦半邊股相併為從半步隅法平方得重股

草曰立天元一為重股加重弦得（元 ||≡）為平勾也又以天元減邊股而半之得（元〇|||| ||≡〇）為高股也平勾高股相乘得（〇||||| ||⊥||| ≡||〇）為半徑冪寄左然後以天元乘邊股得（元 ||⊥||）為同數與左相消得下式（〇|||| ||⊥||| ≡||〇）開平方得重股三十步以乘邊股開平方倍之即圓城徑也合問

按此問原稿在三卷末

或問見邊股四百八十明弦一百五十三問答同前

法曰二云數相減復倍之内減邊股復以邊股乘之於上又以明弦冪乘上位為實以邊股乘明弦冪又二之為從二云數相減餘以自之為第一廉二云數相減又倍之為第二益廉一常法開三乘方得明勾

草曰立天元一為明勾加明弦得（元丨 𝍠𝍭𝍢）為高股也以高股減邊股餘（元丨 𝍢𝍩𝍦）為高弦以倍之得（元𝍡 𝍥𝍭𝍣）為黃廣

弦也内減邊股得[illegible]為直股復以邊股乘之得[illegible]

[illegible]於上又以明弦自乘得二萬三千四百零九為分

母以乘上位得[illegible]為帶分半徑冪寄左然後置黄廣

弦以天元乘之得[illegible]復合以明弦除之不除寄為

母便以此為全徑又半之得[illegible]為半徑以自之得

[illegible]為同數與左相消得下式[illegible]開三

乘方得七十二步即明勾也餘各依法求之合問

又法邊股内減二明弦以邊股乘之復以明弦冪乘之

為三乘方實亷從並同前

草曰識別得二數相減餘為高股虛弦共又為高弦明勾共此餘數内又去半徑即明和也明和明弦相併即股圓差相減則明黄方也又倍明弦加明黄亦得股圓差也邊股内減明勾餘即大差弦也立天元一為明勾減於云數相減數得[counting-rod notation]即高弦也以高弦減邊股得[counting-rod notation]即高股也以高股減於云數相減數得[counting-rod notation]即虛弦也以天元又減虛弦得[counting-rod notation]即東

股也乃置高弦以天元乘之得　元　合明弦除之不受除便以此為高勾也（即半徑）高勾自之得　元　為半徑羃（內帶明弦羃分母）寄左然後置邊股以重股乘之得　元　為半徑羃又以明弦羃二萬三千四百零九分母通之得　為同數與左相消得實從廉隅五層如前式

或問邊股四百八十步高弦二百五十五步問答同前

法曰以邊股減於二之高弦復以邊股乘之開平方

得半徑

草曰立天元一為半徑先倍高弦内減邊股餘‖〇復以邊股乘之得〇元 ||||〇 寄左以天元冪與左相消得|〇元 ||||〇 開平方得數倍之即城徑也合問

或問邊股四百八十步平弦一百三十六步答問同前

法曰置平弦以邊股再乘之為實以邊股自之為益從平弦為益廉一虛隅開立方得半徑

草曰別得平弦即皇極勾也立天元一為半徑副之

上位加平弦得[算式]即邊勾也下位減於平弦得[算式]即重勾也置重勾以邊股乘之得[算式]合邊勾除今不受除寄為母便以此為重股乃以此邊股乘之得[算式]為半徑冪內帶邊勾分母寄左然後以天元為冪以分母邊勾乘之得[算式]為同數與左相消得[算式]開立方得一百二十步倍之即城徑也合問

或問邊股四百八十步明股明弦和二百八十八步問

答同前

法曰以云之云數相減餘加邊股復以減餘乘之訖又折半於上又以減餘自之減上位為實併云數半之為法得明勾

草曰別得二數相減餘為大差勾立天元一為明勾減於大差勾得[illegible]即半徑也又以天元減半徑得[illegible]為虛勾於上又以半徑加邊股得[illegible]為通股於下上下相乘得[illegible]折半得[illegible]為半徑冪寄左然後以半徑冪[illegible]為同數與左相消得[illegible]

上法下實得七十二步即明勾也合問

或問見邊股四百八十步重勾重弦和五十步問答同

前

法曰半邊股半和步相併得為泛率以汎半減邊股以自之又二之於上以和步乘泛率減上位為實以汎率減邊股六之於上內又加半个邊股三个和步為益從三步常法得重股

草曰别得和步得重股即小差也小差邊股共即二

中差（按此句誤）立天元一為重股加和步得[illegible]即小差也以小差加邊股而半之得[illegible]即中差也中小差相併得[illegible]即大差也以小差乘之得[illegible]為半段徑冪（寄左）然後置邊股內減大差得[illegible]為半徑以自之得[illegible]又倍之得下式[illegible]與左相消得下式[illegible]開平方得三十步即重股也合問

按草云以小差邊股共即二中差有誤蓋中差即勾股較小差即股弦較邊股即勾弦較與容圓半

徑和若設勾二十股二十一弦二十九則勾弦較九容圓半徑六併之得十五為邊股股弦較八為小差小差邊股共得二十三勾股較一為中差倍之僅得二則相差二十一矣是知細草乃因題數之偶合而誤非正法也今依其術另設法草於後以補其闕

法曰以恵勾弦和自之邊股再乘為實倍邊股加恵勾弦和再以恵勾弦和乘之為從又倍恵勾弦和減

邊股餘為益廉一為隅帶縱立方開之得重股

草曰別得邊股即高股弦和重股即高股弦差重股弦和即平勾也立天天一為重股自之得〡〇元應以重勾弦和除之不除便以為重勾弦較內寄重勾弦和分母轉以重勾弦和自之得〢〇〇為重勾弦和加重勾弦較得〡〇〢〇〇為倍重弦又以重勾弦和分母乘倍重股得〡〇〇元為倍重股與倍重弦相加得〡〡〇〇〢〇〇為倍重股弦和即倍平勾又於邊股內減重股得〡元〣〇為倍高股

倍高股倍平勾相乘得[illegible]為圓徑冪寄左又以邊股東股相乘得[illegible]為半徑冪四因之得[illegible]為圓徑冪又以東勾弦和分母乘之得[illegible]為同數與左相消得[illegible]開帶縱立方得東股三十步合問

測圓海鏡卷三